

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**«ВЕРХНЕВОЛЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРОБИОТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»**
(ФГБОУ ВО Верхневолжский ГАУ)

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНЫХ И ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ АГРОБИОТЕХНОЛОГИЙ

УТВЕРЖДЕНА
протоколом заседания
методической комиссии
факультета
№ 24 от «24» апреля 2026 г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

«Математика»

Направление подготовки / специальность	21.03.02 «Землеустройство и кадастры»
Направленность(и) (профиль(и))	«Землеустройство»
Уровень образовательной программы	Бакалавриат
Форма(ы) обучения	Очная, заочная
Трудоемкость дисциплины, ЗЕТ	6
Трудоемкость дисциплины, час.	216

Разработчик:

Доцент кафедры технического сервиса и
механики

П.Б. Татиевский

(подпись)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой технического сервиса и
механики

В.В. Терентьев

(подпись)

Иваново 2026

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Целями освоения дисциплины являются:

1. Формирование личности студентов.
2. Развитие их интеллекта и способностей к логическому мышлению.
3. Обучение основным математическим методам для анализа и моделирования устройств, процессов и явлений.
4. Выработать у студентов умение анализировать полученные результаты.
5. Привить им навыки самостоятельного изучения литературы по математике и ее приложениям.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

В соответствии с учебным планом дисциплина относится к*	Обязательной части образовательной программы
Статус дисциплины**	базовая
Обеспечивающие (предшествующие) дисциплины	Школьный курс математики
Обеспечиваемые (последующие) дисциплины	Физика, Экономика и организация предприятий АПК

* базовой / вариативной

** обязательная / по выбору / факультативная

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) (ХАРАКТЕРИСТИКА ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ)

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Номер(а) раздела(ов) дисциплины (модуля), отвечающего(их) за формирование данного(ых) индикатора(ов) достижения
ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания	ИД-1 опк-1 Применяет теоретические положения общенаучных естественнонаучных дисциплин; принципиальные особенности моделирования математических, физических процессов, предназначенные для конкретных производственно-технологических процессов. ИД-2 опк-1 Пользуется фундаментальными знаниями в области общенаучных и естественнонаучных дисциплин. ИД-3 опк-1 Пользуется навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа и естественнонаучные знания.	1-3

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1. Содержание дисциплины (модуля)

4.1.1. Очная форма:

№ п/п	Темы занятий	Виды учебных занятий и трудоемкость, час.				Контроль знаний*	Применяемые активные и интерактивные технологии обучения
		лекции	практические (семинарские)	лабораторные	самостоятельная работа		
1. Линейная и векторная алгебра.							
1.1.	Элементы линейной и векторной алгебры.	4	12	-	12	ИДЗ К КР З	
2. Аналитическая геометрия.							
2.1.	Аналитическая геометрия.	4	12	-	12	ИДЗ К КР З	
3. Математический анализ.							
3.1.	Введение в математический анализ.	4	4	-	12	ИДЗ К КР Э	
3.1.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	4	8	-	12	ИДЗ К КР Э	Проблемная лекция. Проблемный семинар.
3.2.	Интегральное исчисление функции одной переменной.	4	8	-	12	ИДЗ К КР Э	
3.3.	Функции нескольких переменных.	4	8	-	12	Э	
3.3.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	4	8	-	12	Э	
3.4.	Функции комплексной переменной.	4	-	-	12	ИДЗ Э	
3.5.	Дифференциальные уравнения второго порядка	4	12		12	Э	

* Указывается форма контроля. Например: УО – устный опрос, КЛ – конспект лекции, КР – контрольная работа, ВЛР – выполнение лабораторной работы, ВПР – выполнение практической работы, К – коллоквиум, Т – тестирование, Р – реферат, Д – доклад, ЗКР – защита курсовой работы, ЗКП – защита курсового проекта, Э – экзамен, З – зачет.

* Указывается форма контроля. Например: УО – устный опрос, КЛ – конспект лекции, КР – контрольная работа, ВЛР – выполнение лабораторной работы, ВПР – выполнение практической работы, К – коллоквиум, Т – тестирование, Р – реферат, Д – доклад, ЗКР – защита курсовой работы, ЗКП – защита курсового проекта, Э – экзамен, З – зачет.

4.2. Распределение часов дисциплины (модуля) по семестрам

4.2.1. Очная форма:

[illegible]

Итого контактной работы	54	54	-	-	-	-	-	-	-	-	108
Самостоятельная работа	54		-	-	-	-	-	-	-	-	108
Контроль		54									
Форма контроля	3	Э									

4.2.2. Заочная форма:

Вид занятий	1 курс	2 курс	3 курс	4 курс	5 курс	6 курс
Лекции	12	-	-	-	-	-
Лабораторные	-	-	-	-	-	-
Практические	16	-	-	-	-	-
Итого контактной работы	28	-	-	-	-	-
Самостоятельная работа	179	-	-	-	-	-
Контроль	9	-	-	-	-	-
Форма контроля	Э	-	-	-	-	-

5. ОРГАНИЗАЦИЯ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Содержание самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

Организация самостоятельной работы студентов основана на ПВД-12 О самостоятельной работе обучающихся ФГБОУ ВПО «Ивановская ГСХА имени академика Д.К.Беляева»

- **Подготовка к практическим занятиям** (изучение теоретического материала по контрольным вопросам, получаемым на каждом практическом занятии, по материалам основной и дополнительной литературы, а так же материалов лекций)
- **Темы индивидуальных заданий (индивидуальные домашние задания):**
 - 1) Матрицы и операции над ними. Определители.
 - 2) Союзные матрицы. Ранг матрицы. Теоремы о совместности систем.
 - 3) Системы линейных алгебраических уравнений.
 - 4) Векторы и операции над ними.
 - 5) Аналитическая геометрия на плоскости.
 - 6) Аналитическая геометрия в пространстве.
 - 7) Функция. Предел функции.
 - 8) Производная функции.
 - 9) Применение производной к исследованию графика функции.
 - 10) Неопределенный интеграл.
 - 11) Определенный интеграл.
 - 12) Комплексные числа.
- **Темы, выносимые на самостоятельную проработку:**
 - Линии второго порядка.
 - Комплексные числа.

Для проработки тем выносимых на самостоятельное изучение необходимо использовать основную и дополнительную литературу (см. п. 6.1. – 6.6.)

- **Темы курсовых проектов/работ:**
 - Курсовые работы не предусмотрены
- **Другое (рефераты):**
 - Выполнение реферата не предусмотрено

5.2. Контроль самостоятельной работы

Оценка результатов самостоятельной работы организуется следующим образом:

- проведение письменных опросов на практическом занятии,
- проверка индивидуальных домашних заданий,
- работа на практическом занятии,
- коллоквиумы,
- контрольные работы,
- экзамен.

5.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

При выполнении самостоятельной работы рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу, методические указания, указанные в п. 6.1. – 6.6.

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Основная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля)

- 1) Бугров Я.С. Высшая математика. В 3-х т. Т.1: учебник для студ. вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский; под ред. В.А. Садовниченко. - 9-е изд., стер. - М.: Дрофа, 2008. - 284с.(30)
- 2) Бугров Я.М. Высшая математика. В 3-х т.Т.2 : учебник для студ. вузов / Я. М. Бугров, С. М. Никольский ; под ред. В.А. Садовниченко. - 8-е.изд.,стер. - М.: Дрофа, 2007. - 510с.(30)
- 3) Зайцев И.А. Высшая математика: учебник для студ. вузов / И. А. Зайцев. - 4-е изд.,стер. - М.: Дрофа, 2005. - 398с.(50)

6.2. Дополнительная учебная литература, необходимая для освоения дисциплины (модуля)

- 1) Шипачев В.С. Высшая математика: учебник для вузов / В. С. Шипачев. - 5-е изд., стер. - М.: Высш. шк., 2002. - 479с.(46)

6.3. Ресурсы сети «Интернет», необходимые для освоения дисциплины (модуля)

- 1) <http://ru.onlinemschool.com/math/assistance/matrix/> - матричный онлайн калькулятор, применяемый для проверки вычислений.
- 2) <http://ru.onlinemschool.com/math/assistance/integrate/> - онлайн калькулятор для вычисления неопределенных и определенных интегралов, применяемый для проверки полученных решений.
- 3) http://ru.onlinemschool.com/math/assistance/limit_derivative/ - онлайн калькулятор для вычисления производных и пределов, применяемый для проверки выполняемых заданий.
- 4) http://ru.onlinemschool.com/math/assistance/complex_number/ - онлайн калькулятор для решения задач с комплексными числами.
- 5) научная электронная библиотека ELIBRARY.RU / Точка доступа: <https://elibrary.ru/defaultx.asp>
- 6) ЭБС издательства «Лань» / Точка доступа: <https://e.lanbook.com>

6.4. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

- 1) Соколов Н.А. Линейная алгебра. "Элементы теории матриц и определителей. Решение систем алгебраических уравнений": учеб. пособие для студ. вузов / Н. А. Соколов, М. А. Безумова. - Иваново: ИГСХА, 2006. - 75с.

- 2) **Безумова М.А.** Сборник индивидуальных заданий по высшей математике : учеб. метод. пособие для студ. всех спец. / М. А. Безумова, Соколов Н.А., Боброва Н.В. - Иваново : ИГСХА, 2006. - 54с.

6.5. Информационные справочные системы, используемые для освоения дисциплины (при необходимости)

- 1) ЭБС «Консультант студента» / Точка доступа: <http://www.studentlibrary.ru>
- 2) ЭБС издательства «Лань» / Точка доступа: <https://e.lanbook.com>
- 3) Информационно-правовой портал «Консультант» / Точка доступа: <http://www.consultant.ru>
- 4) Научная электронная библиотека ELIBRARY.RU / Точка доступа: <https://elibrary.ru/defaultx.asp>

6.6. Программное обеспечение, используемое для освоения дисциплины (модуля) (при необходимости)

- 1) Операционная система типа Windows
- 2) Интернет-браузеры
- 3) Интегрированный пакет прикладных программ общего назначения Microsoft Office.

6.7. Информационные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю)

- 1) Сайт электронного обучения Ивановской ГСХА / Точка доступа: <http://ivgsxa.ru/moodle/>

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	Наименование специализированных аудиторий, кабинетов, лабораторий и пр.	Краткий перечень основного оборудования
1.	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа	укомплектована специализированной (учебной) мебелью, набором демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями, обеспечивающими тематические иллюстрации, соответствующие рабочим учебным программам дисциплин (модулей).
2.	Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа (учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации)	укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации.
3.	Учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций (учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации)	укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации
4.	Учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации (учебная аудитория для проведения занятий	укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной

	семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	информации
5.	Помещение для самостоятельной работы	укомплектовано специализированной (учебной) мебелью, оснащено компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечено доступом в электронную информационно-образовательную среду организации
6.	Учебная аудитория для проведения практических занятий (учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации)	укомплектована специализированной (учебной) мебелью, техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации

Приложение № 1
к рабочей программе по дисциплине математика

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Математика»

1. Перечень компетенций, формируемых на данном этапе

1.1.Очная форма

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Форма контроля*	Оценочные средства
1	2	3	4
ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя методы моделирования, математического анализа, естественнонаучные и общетехнические знания	ИД-1опк-1Применяет теоретические положения общенаучных естественнонаучных дисциплин; принципиальные особенности моделирования математических, физических процессов, предназначенные для конкретных производственно-технологических процессов. ИД-2опк-1Пользуется фундаментальными знаниями в области общенаучных и естественнонаучных дисциплин. ИД-3опк-1 Пользуется навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа и естественнонаучные знания.	ИДЗ, О, КР, К, З, Э	Комплект заданий для домашнего практикума, комплект вопросов для опросов, комплект заданий к контрольным работам, комплект вопросов к коллоквиумам, Комплект заданий к зачету, Вопросы к экзамену

* Форма контроля: Э – экзамен, З – зачет, О –опрос, ИДЗ- индивидуальные домашние задания, К- коллоквиум, КР- контрольная работа.

1.2.Заочная форма

Шифр и наименование компетенции	Индикатор(ы) достижения компетенции / планируемые результаты обучения	Форма контроля*	Оценочные средства
1	2	3	4
ОПК-1. Способен решать задачи профессиональной деятельности применяя методы моделирования, математического анализа,	ИД-1опк-1Применяет теоретические положения общенаучных естественнонаучных дисциплин; принципиальные особенности моделирования математических, физических процессов, предназначенные для конкретных производственно-технологических процессов. ИД-2опк-1Пользуется фундаментальными	ИДЗ, О, КР, К, Э	Комплект заданий для домашнего практикума, комплект вопросов для опросов, комплект заданий к контрольным

естественнонаучные и общеинженерные знания	знаниями в области общенаучных и естественнонаучных дисциплин. ИД-3опк-1 Пользуется навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности, применяя методы моделирования, математического анализа и естественнонаучные знания.		работам, комплект вопросов к коллоквиумам, Вопросы к экзамену
--	--	--	--

* Форма контроля: Э – экзамен, О – опрос, ИДЗ- индивидуальные домашние задания, К- коллоквиум, КР- контрольная работа.

2. Показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на данном этапе их формирования.

Показатель и	Критерии оценивания			
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
	не зачтено	зачтено		
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований, имели место грубые ошибки	Минимально допустимый уровень знаний, допущено много негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, допущено несколько негрубых ошибок	Уровень знаний в объеме, соответствующем программе подготовки, без ошибок
Наличие умений	При решении стандартных задач не продемонстрированы основные умения, имели место грубые ошибки	Продemonстрированы основные умения, решены типовые задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания, но не в полном объеме	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с негрубыми ошибками, выполнены все задания в полном объеме, но некоторые с недочетами	Продemonстрированы все основные умения, решены все основные задачи с отдельными несущественными недочетами, выполнены все задания в полном объеме
Наличие навыков (владение опытом)	При решении стандартных задач не продемонстрированы базовые навыки, имели место грубые ошибки	Имеется минимальный набор навыков для решения стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы базовые навыки при решении стандартных задач с некоторыми недочетами	Продemonстрированы навыки при решении нестандартных задач без ошибок и недочетов
Характери- стика сформиро- ванности компетен- ции	Компетенция в полной мере не сформирована. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач, но требуется дополнительная практика по большинству практических задач	Сформированность компетенции в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в целом достаточно для решения стандартных практических (профессиональных) задач	Сформированность компетенции полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков и мотивации в полной мере достаточно для решения сложных практических (профессиональных) задач
Уровень	Низкий	Ниже среднего	Средний	Высокий

сформированности компетенций				
------------------------------	--	--	--	--

3. Оценочные средства

3.1. Комплект заданий для домашнего практикума.

3.1.1. Образцы заданий для домашнего практикума.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №1.

«Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства»

Вариант №1.

Задание №1.

Даны матрицы A и B . Найдите матрицу $C = B - 2A^T$, если:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 5 & 1 \\ 2 & -3 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -7 & 4 \\ 10 & -5 \\ 3 & 16 \end{pmatrix}.$$

Задание №2.

Найдите произведение матриц:

А) $C = A \cdot B - ?$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 8 & -7 \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}.$$

Б) $F = M \cdot N - ?$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$N = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

В) $G = R \cdot Y - ?$

$$R = \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 0 & 30 \end{pmatrix},$$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 6 \\ -10 & 0 & 7 \\ -5 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задание №3.

Вычислите определители данных матриц.

А) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

Б) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 3 & 6 & -2 \\ 10 & 2 & 6 \end{pmatrix}$

Задание №4.

Вычислите определитель матрицы A , разложив по элементам 1 строки. Для полученного определителя вычислите минор элемента a_{33} и алгебраическое дополнение элемента a_{21} если:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 6 & -2 & 5 \\ 1 & 0 & 6 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}.$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №2.

«Союзные матрицы. Ранг матрицы. Теоремы о совместности систем»

Вариант №1.

Задание №1.

Найдите матрицу обратную для матрицы A . Сделайте проверку.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 3 & 6 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Задание №2.

Найдите ранг матрицы В.

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Задание №3.

Исследуйте систему на совместность.

$$\text{А) } \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ x - 2y + z = 1. \end{cases} \quad \text{Б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases} \quad \text{В) } \begin{cases} -x_2 - x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ -5x_1 - 2x_2 - 7x_3 = -4. \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №3.**«Системы линейных алгебраических уравнений»**

Вариант №1.

Задание №1.

Решите систему линейных уравнений с помощью двух способов: а) по формулам Крамера, б) Матричным методом.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$$

Задание №2.

Исследуйте систему на совместность и в случае ее совместности решите любым способом.

$$\text{А) } \begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ x - 2y + z = 1. \end{cases} \quad \text{Б) } \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 2. \end{cases}$$

Задание №3.

Исследовать и решить систему однородных уравнений.

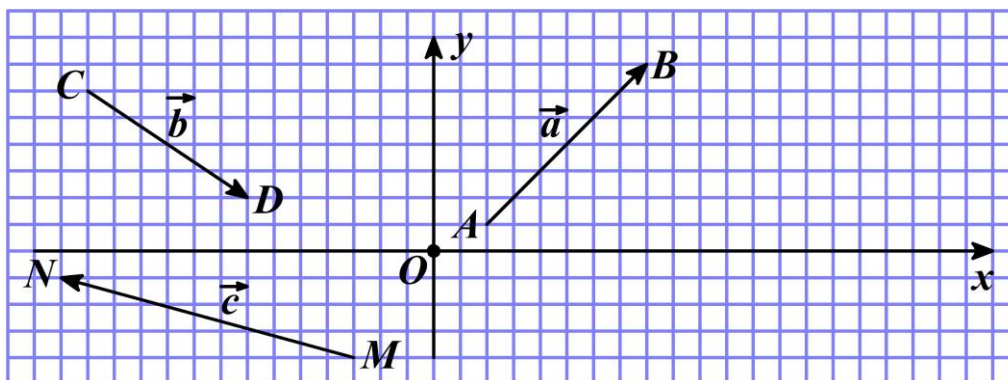
$$\text{А) } \begin{cases} 5x - 3y + 4z = 0, \\ 3x + 2y - z = 0, \\ 8x - y + 3z = 0. \end{cases} \quad \text{Б) } \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 0. \end{cases}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №4.**«Векторы и операции над ними»**

Вариант №1.

Задание №1.

На рисунке в координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$, а также отмечены крайние точки векторов: A , B , C , D , M , N .



- а) с помощью правила параллелограмма найдите вектор $\vec{f} = \vec{a} + \vec{b}$. Выполните построения.
- б) с помощью правила треугольника найдите вектор $\vec{s} = \vec{c} + \vec{b}$. Выполните построения.
- в) с помощью правила треугольника найдите вектор $\vec{h} = \frac{1}{2}\vec{a} - \vec{c} + 2\vec{b}$. Выполните построения.
- г) Определите координаты точек A, B, C, D, M, N .
- д) По координатам крайних точек, найдите координаты векторов $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$. Также запишите разложение векторов по ортам системы координат $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
- е) Определите модули векторов $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$.
- ж) Определите проекции вектора $\vec{a}$, на оси системы координат.

Задание №2.

По заданным координатам точек A и B , найдите координаты и модуль вектора $\vec{AB}$, если:

$A(1;1;3), B(2;2;3)$. Найдите проекцию вектора $\vec{AB}$ на вектор $\vec{c} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ и на оси системы координат.

Задание №3.

Даны два вектора $\vec{a} = (-2;1;1)$ и $\vec{b} = (3;-2;4)$. Вычислите координаты векторов $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{d} = -\vec{a} + 3\vec{b}$, а также запишите разложение этих векторов по ортам системы координат $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Вычислите скалярное и векторное произведение векторов $\vec{c}$ и $\vec{d}$. Чему равен угол между векторами $\vec{c}$ и $\vec{d}$.

Задание №4.

Даны вершины треугольника ABC . Вычислите площадь треугольника S_{ABC} и определите угол при вершине B , если: $A(-1;3;3), B(2;2;1), C(0;3;-2)$.

Задание №5

На трех векторах $\vec{a} = (-2;1;1), \vec{b} = (0;-1;-1)$ и $\vec{c} = (2;-1;-1)$ построена пирамида. Вычислите объем пирамиды и её высоту.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №5.

«Аналитическая геометрия на плоскости»

Вариант №1.

Задание №1.

На плоскости задана прямая L с помощью уравнения $3x - 2y + 12 = 0$ и точка с координатами $M(-2;1)$.

а) Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M , параллельно к прямой L . Решение поясните схематичным рисунком.

б) Составьте уравнение прямой, проходящей через точку M , перпендикулярно к прямой L . Решение поясните схематичным рисунком.

Задание №2.

На плоскости с помощью соответствующих уравнений заданы две прямые $L_1 : 2x - y - 1 = 0$, $L_2 : x + 3y - 4 = 0$. Составьте уравнение прямой проходящей через точку пересечения этих прямых и точку с координатами $D(1; -2)$.

Задание №3.

В треугольнике ABC известны координаты вершин: $A(-3; 3)$, $B(5; 1)$, $C(6; -2)$.

- Составьте уравнение стороны BC .
- Уравнение высоты, опущенной из вершины A , на сторону BC .
- Уравнение медианы, проведенной из вершины C .
- Чему равен угол при вершине треугольника A ?

Задание №4.

Исследуйте и постройте уравнение линии второго порядка: $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{81} = 1$. Определите координаты фокусов. Вычислите эксцентриситет. Составьте уравнения директрис.

Задача №5*.

Приведите уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и постройте ее. Укажите координаты вершин и фокусов. Напишите уравнение директрисы и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

$$4x^2 + y^2 - 8x + 4y = 0$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №6.

«Аналитическая геометрия в пространстве»

Вариант №1.

Задание №1.

В пространстве заданы четыре точки. $M_1(3; 1; 4)$, $M_2(-1; 6; 1)$, $M_3(-1; 1; 6)$, $M_4(0; 4; -1)$.

- Составить уравнение плоскости $M_1M_2M_3$.
- Составить уравнение ребра M_1M_2 .
- Составить уравнение прямой проходящей через точку M_4 , перпендикулярно к плоскости $M_1M_2M_3$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_4 перпендикулярно к прямой M_1M_2 .
- Найдите угол между прямой M_1M_4 и плоскостью $M_1M_2M_3$.
- Найдите угол между плоскостями $M_1M_2M_3$ и $M_1M_2M_4$.
- Определите расстояние от точки M_3 , до плоскости $M_1M_2M_4$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №7.

«Функция. Предел функции»

Вариант №1.

Задание №1.

Найдите значения функции $y = 4^{\left(\frac{2x+3}{x}\right)}$ в точках:

- $x = 1,5$
- $x = 2$
- $x = 2x_0$

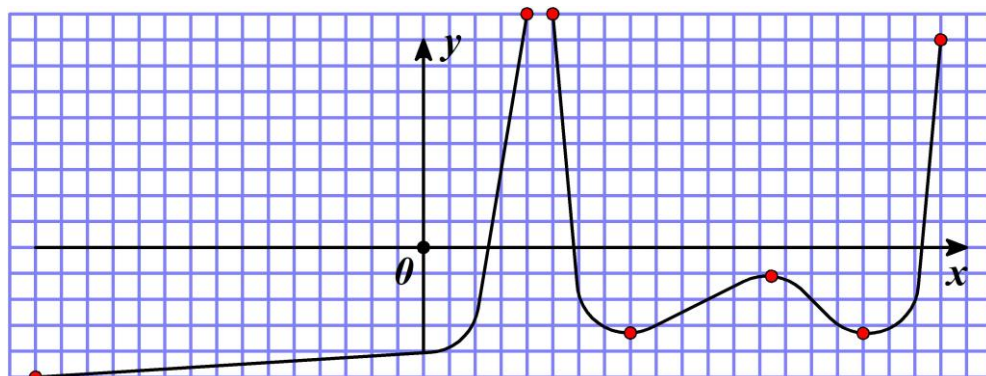
Задание №2.

Исследуйте функцию на четность.

- $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$
- $y = \frac{x^3}{\sqrt{x^4 + 1}}$

Задание №3.

На интервале $x \in (-16; 22)$ задана функция, эскиз которой изображен на рисунке. Определите интервалы возрастания и убывания функции.

**Задание №4.**

Вычислите пределы.

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^2 - 16x + 3}{x^2 - 4x + 3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 11x + 15}{5x - 12 + x^2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^2 + x + 1}{x - 2x^4 - 5}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x + 210}{x^2 - 4x + 3}$$

Задание №5.

Найдите область определения функции: $f(x) = \frac{2015x + 2016}{x^2 - x - 12}$.

Задание №6.

а) Вычислите предел: $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{\sqrt{x-2} - \sqrt{4-x}}$.

б) Вычислите предел с помощью первого замечательного предела: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{7x}$.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №8.**«Производная функции»***Вариант №1.***Задание №1.**

Вычислите производную функций:

$$1) y = 4 \arctg x - 5x^3 - 13$$

$$3) y = (x^2 + 4x) \cdot \ln x$$

$$2) y = 2x^5 - \frac{4}{x^3} + \frac{1}{x} + 3\sqrt{x^3}$$

$$4) y = \frac{\arctg x}{1 + 5x^2}$$

Задание №2.

Вычислите производную и дифференциал функции.

$$1) y = 3x^4 + 2x - 5 + \frac{5x}{x^5 - 2}$$

$$2) y = \sin x \cdot 5e^x + x^3 + 3x - 2$$

$$3) y = \frac{(2x + 3) \cdot \sin x}{\ln x}$$

Задание №3.

Найдите производную данных функций.

$$1) f(x) = (2x + 3 - \sin x)^4$$

$$2) f(x) = e^{\sin 3x}$$

$$3) f(x) = (x^5 + 2) \cdot e^{x^2 - 3x}$$

$$4) f(x) = \frac{\arctg(2x)}{(1 + 4x^2)}$$

Задание №4*.

Найдите производные сложных функций.

$$1) f(x) = \frac{3x - 4}{\sqrt[3]{x^3 + 3x - 2}}$$

$$2) f(x) = (3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^3$$

$$3) f(x) = \ln(\arcsin \sqrt{1 - x^2})$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №9.**«Применение производной к исследованию графика функции»***Вариант №1.*

Исследуйте заданные функции методами дифференциального исчисления и начертите эскизы графиков.

1) $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$

2) $y = \frac{x^2 + 1}{x}$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №10.

«Неопределенный интеграл»

Вариант №1.

Задание №1.

Найти неопределенный интеграл.

1) $\int (6 + 15 \cdot 4^x) dx$

2) $\int (3x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5) dx$

3) $\int \frac{3 + \sqrt[3]{x^2} - 2x}{\sqrt{x}} dx$

Задание №2.

Найти неопределенный интеграл, преобразовав дифференциал.

1) $\int \sin(2 - 3x) dx$

2) $\int e^{2x-7} dx$

3) $\int \frac{dx}{3-x}$

4) $\int \sqrt{3+x} dx$

Задание №3.

Найти неопределенный интеграл с помощью замены переменной.

1) $\int \frac{e^x}{e^x + 5} dx$

2) $\int \frac{x-1}{16x^2 + 4} dx$

Задание №4.

Используя метод интегрирования по частям вычислите следующий интеграл:

$\int (5x + 3) \cos 3x dx$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №11.

«Определенный интеграл»

Вариант №1.

Задание №1.

Вычислить определенный интеграл.

1) $\int_0^2 (3x^2 - 1) dx$

2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 x dx$

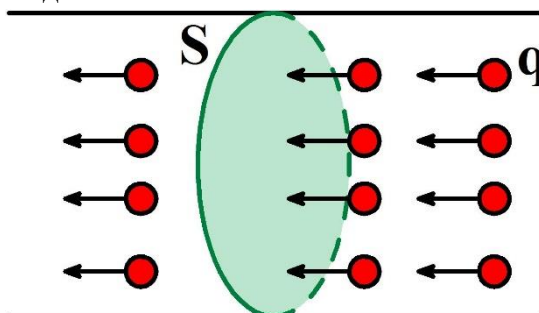
3) $\int_{-\frac{3\pi}{2}}^0 x \cos(\frac{x}{3}) dx$

Задание №2.

С помощью определенного интеграла вычислите площадь фигуры, ограниченной данными линиями. Сделайте чертеж.

$y = (x+1)^2$, $x - y + 1 = 0$

Задание №3.



По металлическому проводнику протекает электрический ток. Сила тока в проводнике меняется стечением времени по закону:

$I(t) = 8t + 5t^2 + 4\sqrt[5]{t^3} \text{ (A)}.$ Определите заряд

проходящий через поперечное сечение проводника за первые 5 секунд наблюдений. (Указание: для определения величины заряда проходящего через

поперечное сечение проводника используйте формулу определяющую проходящий через

поперечное сечение проводника заряд в условиях постоянного тока: $q = I\Delta t$. Составьте интегральную сумму, определите вид определенного интеграла и вычислите его)

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ №12.

«Комплексные числа»

Вариант №1.

Задание №1.

Решите уравнения.

а) $15x^2 - 15 = 0$

б) $\frac{x^2}{5} + 80 = 0$

в) $x^2 + 2x + 26 = 0$

Задание №2.

Даны комплексные числа: $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -3 + i$, $z_3 = -5 + 3i$, $z_4 = -2i$. Найти:

$z = \frac{(z_1 + z_2)z_3}{z_4}$. Определите мнимую и действительную часть числа z .

Задание №3.

Найдите аргумент и модуль комплексного числа: $z = 2 + 2i$. Запишите число в показательной и тригонометрической форме.

3.1.2. Методические материалы.

Индивидуальные домашние задания применяются для закрепления практических навыков, полученных на практическом занятии по решению учебно-практических задач. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися в отдельной тетради. Выдаются задания на практических занятиях, тематика которых соответствует теме задания. Обучающиеся должны в течение семестра регулярно сдавать тетрадь с решенными заданиями преподавателю на проверку. К концу семестра каждый обучающийся должен иметь тетрадь с полностью или частично выполненными заданиями.

Каждая выполненная домашняя работа оценивается по пяти бальной системе. В зависимости от полноты выполненного задания обучающийся получает за каждую работу оценку 2, 3, 4, 5. В конце семестра подводится средняя оценка за все выполненные работы и переводится в рейтинговый балл. Если средняя оценка 3 то обучающийся получает 6 баллов, если средняя оценка 4, то обучающийся получает 8 баллов, если средняя оценка 5, то обучающийся получает 10 баллов.

Все индивидуальные домашние задания и выполненные работы хранятся на кафедре у преподавателя.

3.2. Комплект вопросов для проведения опроса.

3.2.1. Списки вопросов по различным темам.

«Матрицы и операции над ними»

1. Что такое матрица?
2. Что такое единичная матрица? Запишите пример.
3. Какую матрицу называют транспонированной?
4. Что такое минор определителя?
5. Что такое алгебраическое дополнение?
6. Какую матрицу называют невырожденной?
7. Какую матрицу называют вырожденной?
8. Что такое союзная матрица?
9. Запишите формулу для составления обратной матрицы.

«Системы линейных уравнений. Совместность систем»

1. Что такое минор матрицы?
2. Что такое ранг матрицы?
3. Что такое основная матрица системы?

4. Какую систему называют совместной?
5. Какую систему называют несовместной?
6. Какую систему называют определенной?
7. Какую систему называют неопределенной?
8. Запишите теорему «о совместности системы» (Теорема Кронекера-Капелли)
9. Запишите теорему «об определенной системе».
10. Запишите теорему «о неопределенной системе».

«Элементы векторной алгебры»

1. Что такое вектор?
2. Запишите разложение вектора по ортам системы координат.
3. Модуль вектора. Запишите формулу.
4. Координаты вектора, заданного двумя точками.
5. Скалярное произведение векторов.
6. Векторное произведение векторов.
7. Смешанное произведение векторов.
8. Площадь параллелограмма, построенного на векторах. Запишите формулу.
9. Объем параллелепипеда, построенного на векторах. Запишите формулу.

«Элементы аналитической геометрии»

1. Определение линии на плоскости.
2. Определение точки пересечения двух линий.
3. Формулы координат середины и длины отрезка.
4. Уравнение прямой на плоскости в различных формах записи.
5. Угловой коэффициент.
6. Угол между прямыми.
7. Каноническое уравнение окружности, эллипса, гиперболы, параболы.

«Функция»

1. Что такое функция?
2. Четность функции.
3. Область определения функции.
4. Область значения функции.
5. Бесконечно большая функция.
6. Бесконечно малая функция.

«Производная функции»

1. Определение производной функции.
2. Правила дифференцирования.
3. Геометрический смысл производной.
4. Физический смысл производной.
5. Производная сложной функции.

«Применение производной к исследованию графика функции»

1. Интервалы монотонности графика функции.
2. Экстремумы.
3. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
4. Интервалы выпуклости и вогнутости графика функции.
5. Точки перегиба.
6. Общая схема исследования графика функции.

«Определенный интеграл»

1. Определение неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Метод непосредственного интегрирования.
4. Метод интегрирования заменой переменной.
5. Метод интегрирования по частям.
6. Интегрирование внесением постоянного множителя под знак дифференциала.

«Неопределенный интеграл»

1. Определение определенного интеграла.
2. Формула Ньютона–Лейбница.
3. Свойства определенного интеграла.
4. Геометрический смысл определенного интеграла.
5. Вычисление площади фигур с помощью определенного интеграла.
6. Физический смысл определенного интеграла.

3.2.2. Методические материалы.

Приведенные вопросы применяются для проработки теоретического материала при подготовке к практическому занятию. При помощи приведенных выше проводится письменный опрос обучающихся в аудитории на практическом занятии. Из приведенного перечня вопросов составляются билеты. Каждый обучающийся получает свой вариант. Ответы обучающиеся записывают на бланк ответов. На выполнение задания отводится не более 10 минут.

Каждая выполненная работа оценивается от 0 до 2-х баллов.

Списки вопросов хранятся на кафедре у преподавателя. Каждый обучающийся получает список вопросов по определенной теме обучающиеся получают вместе с индивидуальным домашним заданием соответствующей темы.

Пример билета с вопросами выдаваемыми студентам.

Вариант №1

1. Что такое матрица?
3. Какую матрицу называют транспонированной?
5. Что такое алгебраическое дополнение?

3.3. Комплект заданий к контрольным работам.

3.3.1. Темы и варианты заданий для проведения контрольных работ.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1 «ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ»

Вариант №1.

Задача №1. Найдите матрицу $C = AB + 2D$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

Задача №2. Найдите произведение матриц.

$$F = M \cdot N - ?$$

$$S = G \cdot H - ?$$

А) $M = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$, $N = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$.

Б) $G = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 4 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$, $H = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

Задача №3. Вычислите определители матриц.

А) $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

Б) $B = \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

В) $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 2 \\ -3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

Задача №4. Составьте матрицу обратную к матрице W , если $W = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Задача №5. Исследуйте данную систему на совместность и решите ее по формулам Крамера или матричным способом.

$$\begin{cases} -x + y + 7z = 10, \\ y + z = 11, \\ x + y + z = 12. \end{cases}$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2
«ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ»

Вариант №1.

Задача №1.

В пространстве заданы координаты четырех точек, образующих пирамиду и являющиеся ее вершинами: $A(1;2;1)$, $B(-1;5;1)$, $C(-1;2;7)$, $D(1;5;9)$. Сделать схематичный чертеж!

- а) Найдите координаты векторов $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$.
- б) Запишите разложение векторов $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$, по ортам системы координат ($\vec{i}$, $\vec{j}$ и $\vec{k}$).
- в) Найдите модули векторов $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{AD}$.
- г) Найдите координаты вектора $\vec{c}$, равного $\vec{c} = 2\vec{AB} + 3(\vec{AC} + \vec{AD})$
- д) Вычислите проекцию вектора $\vec{AB}$ на вектор $\vec{a} = (-1, 0, 5)$
- е) Найдите угол между векторами $\vec{AC}$ и $\vec{AD}$.
- ж) Найдите площадь грани ABC (учесть, что грань ABC образуют два вектора $\vec{AB}$ и $\vec{AC}$).
- з) Вычислите объем пирамиды $ABCD$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №3

«ЭЛЕМЕНТЫ ВЕКТОРНОЙ АЛГЕБРЫ И АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ»

Вариант №1.

Задача №1.

На плоскости заданы вершины треугольника ABC : $A(-2;4)$, $B(3;1)$, $C(10;7)$ Сделать схематичный чертеж!

- а) Составьте уравнение стороны AB .
- б) Составьте уравнение медианы AM .
- в) Составьте уравнение высоты CH . Чему равна ее длина?
- г) Составьте уравнение прямой проходящей через вершину C , параллельно стороне AB .
- д) Найдите точку пересечения медианы и высоты.

Задание №2.

Найдите угол между двумя плоскостями: 1) $-x + 2y - z + 1 = 0$ 2) $y + 3z - 1 = 0$. (Указание: сделайте схематический рисунок, укажите нормальные вектора и по ним определите угол между плоскостями)

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №4

«Функция. Предел и производная функции. Применение производной»

Вариант №1

Задание №1.

Вычислите пределы:

$$\begin{array}{lll} 1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + 4x + 1} & 2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{x^2 + 3x - 28} & 3. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{x+3} \\ 4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 3x^2 - 1}{1 + 2x^3 - 3x} & 5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 25}{1 - 7x^3 - 3x} & \end{array}$$

Задание №2.

Вычислите производные данных функций.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } y = 5x^4 - \cos x + 4 \ln x & \text{б) } y = \sqrt[3]{x^2} - \frac{5}{x^6} + 1 & \text{в) } y = (4x^5 + 2)e^x \end{array}$$

Задание №3.

Найдите дифференциал функции: $y = \ln(3x^6 - 4\cos x)$

Задание №4.

Найдите интервалы монотонности функции: $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 14$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №5

«Неопределенный интеграл»

Вариант 1

Задание №1.

Вычислить неопределенный интеграл.

$$1) \int \frac{x dx}{e^{3x^2+4}} \quad 2) \int \frac{\sqrt{\arctg^6 3x}}{1+9x^2} dx \quad 3) \int \frac{\sqrt{\lg^3 x}}{\cos^2 x} dx \quad 4) \int \arctg 2x dx$$

3.3.2. Методические материалы.

Контрольные работы применяются для закрепления практических навыков по каждому изученному блоку и систематизации изученного материала. Контрольные работы проводятся на практическом занятии. На выполнение контрольной работы отводится 1 час. В зависимости от полноты выполнения, контрольная работа оценивается от 0 до 5-ти баллов. Все задания для проведения контрольной работы хранятся на кафедре у преподавателя.

3.4. Комплект вопросов к коллоквиумам.

3.4.1. Тематика и перечни вопросов.

Вопросы к коллоквиуму №1.

«Основы линейной алгебры»

- 1. Матрицы** (общее определение, элемент матрицы, размеры матрицы, записать примеры, главная диагональ матрицы, равные матрицы, квадратная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, транспонированная матрица).
- 2. Действия над матрицами** (сложение матриц, вычитание матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, проверка умножения матриц).
- 3. Обратная матрица** (вырожденные и невырожденные матрицы, союзная матрица, теорема «об обратной матрице», формула для составления обратной матрицы).
- 4. Определители** (общее определение определителя, схема нахождения определителя первого порядка, схема нахождения определителя второго порядка, схема нахождения определителя третьего порядка, нахождение определителей высших порядков свойства определителя, минор, алгебраическое дополнение).
- 5. Ранг матрицы** (общее определение, способ вычисления).
- 6. Системы линейных уравнений** (общее определение или пример, коэффициенты системы, свободные члены системы, неизвестные системы, основная матрица системы, вектор столбец неизвестных, вектор столбец свободных членов, матричная форма записи системы).
- 7. Совместность линейных систем уравнений** (совместная система уравнений, несовместная система уравнений, определенная и неопределенная система уравнений, теорема о совместности систем, теорема об определенной системе, теорема о неопределенной системе).
- 8. Решение систем линейных уравнений с тремя неизвестными** (формулы Крамера, матричный метод решения систем).
- 9. Однородные системы уравнений** (общее определение, нулевое решение, теорема «о существовании не нулевых решений однородной системы»).

Вопросы к коллоквиуму №2.

«Элементы векторной алгебры»

1. **Векторы** (общее определение, обозначения векторов, единичный вектор, орт, коллинеарные вектора, компланарные вектора, равные вектора).
2. **Линейные операции над векторами** (сложение векторов, правило треугольника, правило параллелограмма, вычитание векторов, умножение вектора на число).
3. **Координаты вектора** (запишите разложение вектора по ортам координатных осей, координаты вектора, формула для вычисления модуля вектора, координаты вектора по двум точкам, действия над векторами, представленными в координатной форме: сложение, вычитание, умножение на число, условие коллинеарности векторов).
4. **Проекция вектора** (общее определение, проекция вектора на ось и на вектор, формулы для вычисления проекции вектора).
5. **Скалярное произведение** (общее определение и обозначение, записать общую формулу и формулу через координаты векторов, формула для определения угла между векторами).
6. **Векторное произведение** (общее определение и обозначение, записать общую формулу и формулу через координаты, формула площади параллелограмма и треугольника).
7. **Смешанное произведение** (общее определение и обозначение, вычисление смешанного произведения, объем параллелепипеда и пирамиды).

Вопросы к коллоквиуму №3.

«Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве»

1. **Система координат на плоскости** (прямоугольная система координат, расстояние между двумя точками, координаты середины отрезка, общее определение линии на плоскости, определение точки пересечения линий).
2. **Уравнение прямой с угловым коэффициентом** (записать уравнение, угловой коэффициент).
3. **Общее уравнение прямой** (записать уравнение, угловой коэффициент).
4. **Уравнение прямой проходящей через две точки и уравнение прямой проходящей через данную точку с заданным угловым коэффициентом** (записать уравнения и пояснить смысл коэффициентов, входящих в уравнение).
5. **Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых** (Записать формулу для определения угла между прямыми, пояснить смысл коэффициентов, входящих в уравнение, записать условие параллельности и перпендикулярности двух прямых).
6. **Каноническое уравнение окружности и гиперболы** (записать уравнения, объяснить смысл коэффициентов, входящих в уравнения, действительная и мнимая полуось гиперболы, эксцентриситет гиперболы, координаты фокусов гиперболы, асимптота, уравнение асимптоты).
7. **Каноническое уравнение эллипса и параболы** (записать уравнения, объяснить смысл коэффициентов, входящих в уравнения, большая и малая полуось эллипса, эксцентриситет эллипса, координаты фокусов эллипса, директриса параболы).
8. **Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно к данному вектору. Общее уравнение прямой** (Записать уравнения и объяснить смысл входящих в них коэффициентов, вектор нормали).
9. **Прямая в пространстве** (способ задания прямой в пространстве, направляющий вектор, каноническое уравнение прямой, уравнение прямой проходящей через 2 точки, общее уравнение прямой, объяснить смысл коэффициентов, входящих в уравнения).

Вопросы к коллоквиуму №4.

«Функция»

1. **Функция** (Общее определение, основные понятия: область определения, область значений, четность функции, возрастание и убывание функции).
2. **Бесконечно большая и бесконечно малая функция** (общее определение, теоремы о бесконечно большой и малой функциях).
3. **Первый замечательный.**

4. **Производная функции** (общее определение, основные правила дифференцирования для суммы, разности, умножения и деления).
5. **Физический и геометрический смысл производной.**
6. **Производная сложной функции** (формула для нахождения производной сложной функции).
7. **Определение возрастания и убывания функции с помощью производной** (теоремы о возрастании и убывании функции, точки максимума и минимума).
8. **Определение интервалов выпуклости и вогнутости графика функции с помощью производной** (Теоремы о выпуклости и вогнутости, точки перегиба).
9. **Асимптоты к графику функции** (вертикальные и наклонные асимптоты).

3.4.2. Методические материалы.

Коллоквиум применяется для закрепления пройденного теоретического материала. Коллоквиум проводится на практическом занятии в виде опроса каждого обучающегося по представленным перечням вопросов. На проведение опроса отводится 30 минут. Каждый обучающийся получает по три вопроса из перечня соответствующей темы. В зависимости от полноты ответа обучающийся получает от 0 до 5-х. Баллов.

Обучающиеся получают список вопросов по завершению изучения соответствующего блока. Списки вопросов хранятся на кафедре у преподавателя.

3.5. Комплект заданий к зачету.

3.5.1. Варианты заданий для зачета.

Вариант №1

1) Какой размер имеет матрица $A = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$?

2) Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -1 & -5 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$. Найдите $C = B - A$.

3) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ 6x + 9y = -15 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Найдите модуль вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

6) Прямая линия $L1$ имеет угловой коэффициент $k = \frac{3}{2}$. Составьте уравнение прямой $L2$, которая перпендикулярна к прямой $L1$ и проходит через точку $(-3;0)$.

Вариант №2

1) Запишите матрицу, транспонированную для данной матрицы $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 11 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

2) Даны матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & -5 & -3 \\ 10 & 1 & 5 \end{pmatrix}$ и $M = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -3 & 16 \end{pmatrix}$. Найдите $C = A - M$.

3) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} 2x - 3y = -4 \\ 6x + 9y = -15 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Даны два вектора $\vec{a} = -6i + 3j + k$, $\vec{b} = (2; 3; -1)$. Найдите косинус угла между векторами.

6) Прямая линия L_1 имеет угловой коэффициент $k = \frac{2}{5}$. Составьте уравнение прямой L_2 , которая параллельна к прямой L_1 и проходит через точку $(5; 0)$.

Вариант №3

1) Какой размер имеет матрица $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$?

2) Даны матрицы: $N = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 5 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 10 \\ 8 & -5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите $C = B + N$.

3) Вычислите определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & -10 & 6 \\ 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$.

4) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 3 & -6 & 9 \\ -2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$.

5) Дан отрезок AB . Известны координаты крайних точек: $A = (-3; 2)$, $B = (9; 6)$. Составьте уравнение прямой проходящей через середину отрезка и перпендикулярно к нему.

6) Даны два вектора $\vec{a} = -6i + 3j + k$, $\vec{b} = (2; 3; -1)$. Найдите $\vec{c} = -2\vec{a} + \vec{b}$.

Вариант №4

1) Даны матрицы: $N = \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ и $V = \begin{pmatrix} 10 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 11 & -3 \end{pmatrix}$. Найдите $C = B + N$.

2) Дан определитель $\begin{vmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$. Найдите минор M_{31} .

3) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \\ 0 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} -4x + y = 3 \\ 12x - 3y = -9 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Дан отрезок AB . Известны координаты крайних точек: $A = (-3; 2)$, $B = (9; 6)$. Найти длину отрезка AC , где C - середина AB .

6) Даны два вектора $\vec{a} = -6i + 3j + k$, $\vec{b} = (2; 3; -1)$. Вычислите площадь треугольника построенного на этих векторах.

Вариант №5

1) Какой размер имеет матрица $A = \begin{pmatrix} -5 & -4 \\ 1 & 5 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$?

2) Дана матрица: $N = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 10 \\ 2 & 3 & 8 \end{pmatrix}$. Найдите $C = 5 \cdot N$.

3) Дан определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$. Найдите минор M_{42} .

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} -4x + y = 3 \\ 12x + 3y = -9 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Найдите угол между прямыми $-4x + y + 3 = 0$, $y = x + 3$.

6) Даны два вектора $\vec{a} = -6i + 3j + k$, $\vec{b} = (2; 3; -1)$. Чему равно скалярное произведение этих векторов.

Вариант №6

1) Запишите матрицу, транспонированную для данной матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

2) Даны матрицы: $N = \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$. Найдите $C = S \cdot N$.

3) Дан определитель $\begin{vmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$. Найдите алгебраическое дополнение A_{23} .

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} -4x + y = 1 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Даны два вектора $\vec{a} = -6i + 3j + k$, $\vec{b} = (2; 3; -1)$. Чему равно векторное произведение этих векторов.

6) Уравнением какой линии является уравнение $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{81} = 1$? Найдите координаты фокусов.

Вариант №7

1) Какой размер имеет матрица $A = (-12)$?

2) Дана матрица: $N = \begin{pmatrix} 8 & -16 \\ 10 & -20 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$. Найдите $C = \frac{1}{2} \cdot N$.

3) Дан определитель $\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 & -4 \\ 2 & 3 & -2 & -3 \\ 3 & 2 & -3 & -2 \\ 4 & 1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$. Найдите алгебраическое дополнение A_{21} .

4) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 6 \\ -4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

5) Даны 4 вектора: $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (2; 4; 0)$, $\vec{c} = (-2; -3; 1)$, $\vec{d} = (2; -2; 2)$. Какие два вектора перпендикулярны друг к другу.

6) В какой точке пересекутся две линии: $y = x - 2$, $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Вариант №8

1) Запишите матрицу, транспонированную для данной матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

2) Даны матрицы: $Q = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите $C = S \cdot Q$.

3) Вычислите определитель $\begin{vmatrix} -6 & 2 & 1 \\ 9 & -3 & 6 \\ 1 & 0 & -5 \end{vmatrix}$.

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} x + 3y = 4 \\ -3x + 9y = -12 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Даны 4 вектора: $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (2; 4; 0)$, $\vec{c} = (-2; -3; 1)$, $\vec{d} = (2; -2; 2)$. Какие два вектора являются коллинеарными.

6) Найдите угол между прямыми $-4x + y + 3 = 0$, $y = x + 3$.

Вариант №9

1) Какой размер имеет матрица $A = \begin{pmatrix} -5 & 0 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -8 \end{pmatrix}$?

2) Даны матрицы: $N = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -6 & 1 \end{pmatrix}$. Найдите $C = S \cdot N$.

3) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -3 & 9 & 12 \\ -4 & 12 & 16 \end{pmatrix}$.

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} x + 3y = -4 \\ -3x - 9y = -12 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) Найдите модуль вектора $\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

6) Прямая линия $L1$ имеет угловой коэффициент $k = \frac{3}{2}$. Составьте уравнение прямой $L2$, которая перпендикулярна к прямой $L1$ и проходит через точку $(-3; 0)$.

Вариант №10

1) Запишите матрицу, транспонированную для данной матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 \end{pmatrix}$.

2) Даны матрицы: $N = \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 2 & -10 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ и $S = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Найдите $C = S \cdot N$.

3) Вычислите ранг матрицы: $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ 1 & 9 & 1 \\ 1 & 12 & 0 \end{pmatrix}$.

4) Сколько решений имеет система $\begin{cases} -6x + 3y = 4 \\ -3x + y = -12 \end{cases}$. Найдите решение этой системы.

5) В какой точке пересекутся две линии: $y = x - 1$, $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$.

6) Найдите объем пирамиды построенной на векторах $\vec{a} = (2; 3; -1)$, $\vec{b} = (2; 4; 0)$, $\vec{c} = (-8; -3; 1)$.

3.5.2. Методические материалы.

Условия и порядок проведения зачета даны в Приложении № 2 к Положению ПВД-07 «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся».

Бально-рейтинговая оценка знаний обучающихся составлена в соответствии с ПВД-07 «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся» ФГБОУ ВПО «Ивановская ГСХА имени академика Д.К.Беляева».

3.6. Комплект вопросов к экзамену.

3.6.1. Теоретические вопросы и примерные задачи для экзамена.

2 – ой семестр.

1. Функция. Определение. Основные понятия и свойства.
2. Предел функции.
3. Бесконечно - малые и бесконечно - большие функции. Теоремы о бесконечно большой и малой функции.
4. Непрерывность функции, точки разрыва Основные теоремы о непрерывных функциях.
5. Производная. Производная сложной функции. Производные высших порядков.
6. Применение производной к исследованию графика функции.
7. Дифференциал. Определение. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
8. Неопределенный интеграл. Методы вычисления. Свойства.
9. Определенный интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.
10. Приложение определенного интеграла.

3 – ий семестр

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Дифференциальные уравнения первого порядка. Однородные уравнения.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные неоднородные уравнения.
4. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.
5. Дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
6. Дифференциальные уравнения второго порядка. Неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
7. Понятие функции нескольких переменных.
8. Частные производные. Производные высших порядков.
9. Экстремум функции нескольких переменных.

3.6.2. Методические материалы.

Условия и порядок проведения зачета даны в Приложении № 2 к Положению ПВД-07 «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся».

Бально-рейтинговая оценка знаний обучающихся составлена в соответствии с ПВД-07 «О проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся» ФГБОУ ВПО «Ивановская ГСХА имени академика Д.К.Беляева».

Пример экзаменационного билета

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ивановская государственная сельскохозяйственная академия имени Д.К.Беляева»**

Факультет: Инженерный

Кафедра: естественнонаучных дисциплин

Специальность (направление): 21.03.02. «Землеустройство и кадастры»

Дисциплина: математика

Семестр: 2

Форма обучения: очная

Экзаменационный билет № 1

1. Найти производную функции: 1) $y = \sqrt[3]{x} - 2x + \ln x$, 2) $y = \cos(x^2 + 1) - 3$, 3) $y = \frac{x^2+5}{x-3}$
2. Вычислить интегралы: 1) $\int \left(2x - \frac{5}{x} + \sqrt[3]{x}\right) dx$; 2) $\int \frac{x^2 dx}{3x^3+4}$; 3) $\int x \sin 2x dx$
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{8}{x}$; $y = 0$; $x = 2$; $x = 8$.
4. Правила Лопитала раскрытия неопределенностей $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.

Пример ответа на экзаменационный билет

1. Найти производную функции:

$$1) y' = (\sqrt[3]{x})' - (2x)' + (\ln x)';$$

$$y' = (x^{\frac{1}{3}})' - 2(x)' + (\ln x)';$$

$$y' = \frac{1}{3} x^{\frac{-2}{3}} - 2 + \frac{1}{x};$$

$$y' = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2 + \frac{1}{x}$$

$$2) y' = -\sin(x^2 + 1) \cdot (x^2 + 1)' = -\sin(x^2 + 1) \cdot 2x = -2x \cdot \sin(x^2 + 1)$$

$$3) y' = \frac{(x^2+5)' \cdot (x-3) - (x^2+5) \cdot (x-3)'}{(x-3)^2};$$

$$y' = \frac{2x \cdot (x-3) - (x^2+5) \cdot 1}{(x-3)^2};$$

$$y' = \frac{2x^2 - 6x - x^2 - 5}{(x-3)^2};$$

$$y' = \frac{x^2 - 6x - 5}{(x-3)^2}.$$

2. Вычислить интегралы:

$$1) \int \left(2x - \frac{5}{x} + \sqrt[3]{x} \right) dx = 2 \int x dx - 5 \int \frac{dx}{x} + \int x^{\frac{1}{3}} dx = 2 \frac{x^2}{2} - 5 \ln|x| + \frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}} + C = \\ = x^2 - 5 \ln|x| + \frac{3\sqrt[3]{x^4}}{4} + C$$

2) Проинтегрируем подстановкой:

$$\int \frac{x^2 dx}{3x^3 + 4} = \left| \begin{array}{l} 3x^3 + 4 = t \\ 9x^2 dx = dt \\ x^2 dx = \frac{1}{9} dt \end{array} \right| = \int \frac{\frac{1}{9} dt}{t} = \frac{1}{9} \int \frac{dt}{t} = \frac{1}{9} \ln|t| + C = \frac{1}{9} \ln|3x^3 + 4| + C$$

3) Проинтегрируем по частям по формуле: $\int u dv = u \cdot v - \int v du$

$$\int x \sin 2x dx = \left| \begin{array}{ll} x = u & \sin 2x dx = dv \\ (x)' dx = (u)' du & v = \int \sin 2x dx \\ dx = du & v = -\frac{1}{2} \cos 2x \end{array} \right| = -\frac{1}{2} \cos 2x \cdot x + \int \frac{1}{2} \cos 2x dx \\ = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$$

3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = \frac{8}{x}$; $y = 0$; $x = 2$; $x = 8$.

$$S = \int_2^8 \frac{8}{x} dx = 8 \cdot \int_2^8 \frac{dx}{x} = 8 \cdot \ln|x| \Big|_2^8 = 8(\ln 8 - \ln 2) = 8 \ln \left(\frac{8}{2} \right) = 8 \ln 4.$$

4. Правила Лопиталья применяется для раскрытия неопределенностей вида $\frac{0}{0}$ и $\frac{\infty}{\infty}$.

Правило Лопиталья для раскрытия неопределенности вида $\frac{0}{0}$:

Пусть функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ непрерывны и дифференцируемы в окрестности точки x_0 и обращаются в нуль в этой точке. Пусть $\varphi'(x) \neq 0$ окрестности точки x_0 . Если существует предел $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = l$, то $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)} = l$.

Правило Лопиталья для раскрытия неопределенности вида $\frac{\infty}{\infty}$:

Пусть функции $f(x)$ и $\varphi(x)$ непрерывны и дифференцируемы в окрестности точки x_0 (кроме, может быть, точки x_0). В этой окрестности $\varphi'(x) \neq 0$ и

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = \infty$. Если существует предел $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}$, то

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{\varphi(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{\varphi'(x)}.$$

Пример экзаменационного билета.

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Ивановская государственная сельскохозяйственная академия имени Д.К.Беляева»**

Факультет: инженерный

Кафедра: естественнонаучных дисциплин

Специальность (направление): 21.03.02. «Землеустройство и кадастры»

Дисциплина: математика

Семестр: 3

Форма обучения: очная

Экзаменационный билет № 1

1. Найти частные производные второго порядка:

$$z = x^4 - 2x^2y^3 + y^5 + 1$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения.

$$(1 - x^2)dy + xydx = 0; y(0) = 1$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения:

$$y'' - 2y' + y = x - 4$$

Пример ответа на экзаменационный билет:

1. Так как $z'_x = 4x^3 - 4xy^3$, $z'_y = -6x^2y^2 + 5y^4$

$$z''_{xx} = (4x^3 - 4xy^3)'_x = 12x^2 - 4y^3; \quad z''_{yy} = (-6x^2y^2 + 5y^4)'_y = -12x^2y + 20y^3$$

$$z''_{xy} = (4x^3 - 4xy^3)'_y = -12xy^3; \quad z''_{yx} = (-6x^2y^2 + 5y^4)'_x = -12xy^3$$

Оказалось, что $z''_{xy} = z''_{yx}$. Этот результат не случаен. По теореме Шварца: Если частные производные высшего порядка непрерывны, то смешанные производные одного порядка, отличающиеся лишь порядком дифференцирования, равны между собой.

2. Имеем дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

Разделим обе части уравнения на $(1 - x^2)y \neq 0$

$$\frac{dy}{y} + \frac{xdx}{1 - x^2} = 0;$$

$$\text{Интегрируем: } \int \frac{dy}{y} + \int \frac{xdx}{1 - x^2} = C;$$

$$\ln|y| - \frac{1}{2} \ln|1 - x^2| = C;$$

$$\ln|y| = \ln|C\sqrt{1 - x^2}|;$$

$y = C\sqrt{1-x^2}$ - общее решение.

Найдем частное решение, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$

$1 = C \cdot \sqrt{1-0}$; $C=1 \Rightarrow y = \sqrt{1-x^2}$ - частное решение.

3. Общее решение ЛНДУ будем искать в виде $y_{он} = y_{оо} + y_{чн}$

1) $y_{оо} = ?$ Это общее решение ЛОДУ $y'' - 2y' + y = 0$

Составим характеристическое уравнение: $y'' = k^2, y' = k, y = 1 \Rightarrow$

$k^2 - 2k + 1 = 0$ - характеристическое уравнение.

Оно имеет корень $k_1 = 1$ кратности 2.

Значит, $y_{оо} = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot x \cdot e^x$

2) Найдем частное решение исходного уравнения: $y_{чн} = ?$

Так как правая часть исходного уравнения $x-4 = (x-4) \cdot e^{0x}$ и 0 не является корнем характеристического уравнения, то $y_{чн} = Ax + B$, где A и B - неопределенные коэффициенты.

Найдем производные: $y'_{чн} = A, y''_{чн} = 0$. Подставим найденные производные и $y_{чн}$ в исходное уравнение, получим: $-2A + Ax + B = x - 4$ или $Ax + (-2A + B) = x - 4$.

Приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях x, получаем систему

уравнений: $\begin{cases} A = 1, \\ -2A + B = -4 \end{cases}$. Отсюда, $A = 1, B = -2$.

Поэтому частное решение данного уравнения имеет вид: $y_{чн} = x - 2$.

Следовательно, $y = C_1 \cdot x + C_2 \cdot x \cdot e^x + x - 2$ - искомое общее решение уравнения.